Übungen zur Vorlesung "Mathematische Rechenmethoden"**Blatt 8**

Aufgaben (abzugeben vor der Vorlesung vom 20. Juni 2014)

Dieses Mal gibt es auch Zusatzaufgaben für Tüftler. Sie bringen Bonuspunkte und werden im Tutorium nicht besprochen.

Aufgabe 36) Stammfunktionen (4 Punkte, 1 Bonuspunkt)

Bestimmen Sie die Stammfunktionen folgender Funktionen:
(Angabe der Lösung reicht, Zwischenschritte nicht nötig.)

(a) $f(x) = -1/\sqrt{1-x^2}$

(b) $f(x) = \sinh(x)$

(c) $f(x) = 2^x$

(d) $f(x) = \sin(x) e^{\cos(x)}$

(Z) (Bonus) $f(x) = 1/\cos(x)$

Aufgabe 37) Bestimmte Integrale (8 Punkte, 2 Bonuspunkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale (hier bitte mit Rechenweg).

a) $\int_0^a dx/x^{1-a}$

b) $\int_0^1 dx/(1+x+x^2+x^3)$ (Tip: Partialbruchzerlegung)

c) $\int_{-a}^a dx x \sinh(2x/b)$

d) Zeigen Sie $\int_0^1 dx \sqrt{1-x^2} = \pi/4$ (Tip: Substitution $x = \sin(\phi)$)

(Z) (Bonus) $\int_0^\infty dx x^n e^{-x}$ für $n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 38) Unbestimmte Integrale (8 Punkte, 2 Bonuspunkte)

Berechnen Sie (und geben Sie den Rechenweg an)

a) $\int dx \sqrt{x \pm b}$

b) $\int dx x/(1+x^4)$ (Tip: Substitution $y = x^2$)

c) $\int dt x \dot{x}$

d) $\int dx/(x^3 - 3x^2 - 4x + 12)$ (Tip: Partialbruchzerlegung)

(Z) (Bonus) $\int dx \arcsin(x)$

Aufgabe 39) Uneigentliche Integrale (4 Punkte)

Berechnen Sie

a) $\int_{-\infty}^{\infty} dx/(1+x^2)$

b) $\int_0^{\infty} dx \sin(x) e^{-x}$

c) $\int_0^{\pi} (\tan(x) + 1/\sqrt{x})$

d) $P \int_0^{\pi} (\tan(x) + 1/\sqrt{x})$

Aufgabe 40) Integral (4 Punkte)

Verwenden Sie $\ln(y) = \int_1^y dx/x$, um zu zeigen: $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

(Tip: Substitution $x = u/a$)