

Übungen zur Vorlesung "Mathematische Rechenmethoden"**Präsenzübung 4**

Lösen Sie diese Aufgaben in den Übungsgruppen. Wenn Sie Schwierigkeiten haben, diskutieren Sie mit dem Tutor oder mit Kommilitonen.

Aufgabe P10) Vektorrechnung

Gegeben seien folgende Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie

- $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$
- $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$
- $|\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})|$
- $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d})$
- Den Winkel zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$
- Die Fläche des von $\vec{a}$ und $\vec{c}$ aufgespannte Trapezes.

Sind die folgenden Vektoren sind linear unabhängig?

- $\vec{a}$ und $\vec{b}$
- $\vec{a}$ und $\vec{c}$
- $\vec{a}$ und $\vec{d}$
- $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$
- $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{d}$

Aufgabe P11) Levi-Civita Symbol (bzw. Epsilon-Tensor)

- Zeigen Sie mit Hilfe des Levi-Civita Symbols $(\vec{a} - \vec{b})((\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c}) = 2\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c})$.
- Zeigen Sie $\sum_m \epsilon_{klm} \epsilon_{pqm} = \delta_{kp} \delta_{lm} - \delta_{kq} \delta_{lp}$
- Beweisen Sie mit Hilfe dieser Relation die Jacobi-Identität $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$.