

## Übungen zur Vorlesung "Mathematische Rechenmethoden"

### Präsenzübung 5

Lösen Sie diese Aufgaben in den Übungsgruppen. Wenn Sie Schwierigkeiten haben, diskutieren Sie mit dem Tutor oder mit Kommilitonen.

#### Aufgabe P12) Differenzieren

- Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen:  
 $f(x) = \tan(x)$ ,  $f(x) = \arctan(x)$ ,  $f(x) = b^x$ ,  $f(x) = {}_b \log(x)$
- Berechnen Sie  $\frac{d}{dt} \ln \sqrt{f(\omega t) - x(t)}$

#### Aufgabe P13) Partielle Ableitungen

- Berechnen Sie partiellen Ableitungen  $\frac{\partial f}{\partial x}$  und  $\frac{\partial f}{\partial y}$  der Funktionen  
 $f(x, y) = \exp(xy) + x^2 - y^2$  und  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ .
- Berechnen Sie zu einer dieser beiden Funktionen noch die partiellen Ableitungen zweiter Ordnung  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x}$  und  $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial y}$ .

#### Aufgabe P14) Totales Differential I

Berechnen Sie das totale Differential von  $f(x, y) = \exp(xy) + x^2 - y^2$

#### Aufgabe P15) Totales Differential II

Berechnen Sie die Ableitung  $\frac{dy}{dx}$  für folgende implizit definierte Funktionen  $y(x)$ :

- $xy^2 - 3x^2 = xy + 5$
- $3y - 4 = x(y + 2)$

Hinweis: Verwenden Sie dafür das totale Differential.

Ihre Gleichungen haben die Form  $f(x, y) = g(x, y)$ . Wenn Sie das totale Differential auf beiden Seiten der Gleichung bilden, erhalten Sie  $df = dg$ , d.h.

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy = dg = \frac{\partial g}{\partial x} dx + \frac{\partial g}{\partial y} dy.$$

Das können Sie umformen zu  $\frac{dy}{dx} = \left( \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \right) / \left( \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial g}{\partial y} \right)$ .