

Übungen zur Vorlesung "Mathematische Rechenmethoden"

Präsenzübung 6

Lösen Sie diese Aufgaben in den Übungsgruppen. Wenn Sie Schwierigkeiten haben, diskutieren Sie mit dem Tutor oder mit Kommilitonen.

Aufgabe P16) Partielle Ableitungen

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der Funktionen

- $f(x, y, z) = x\sqrt{y - z^2} + y^2 \ln(z) - \exp(xy)$ bezüglich x, y und z
- $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \ln(\sum_{i=1}^n x_i^2)$ bezüglich x_j

Aufgabe P17) Totales Differential

- Bestimmen Sie das totale Differential der Funktion $f(x, y) = 8x^2y - 4x \exp(g(x, y))$.
- Die Funktion $g(x, y)$ sei nun implizit definiert über $f(x, y) \equiv 0$. Bestimmen Sie $\frac{\partial g}{\partial y}$ mit Hilfe des totalen Differentials.

Aufgabe P18) Raumkurve

Eine Raumkurve $\vec{r}(\lambda)$ ist gegeben durch die folgende vektorielle Funktion: $\vec{r}(\lambda) = \lambda \begin{pmatrix} \cos(a\lambda) \\ \sin(a\lambda) \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Bestimmen Sie den Tangentenvektor $\vec{t}(\lambda)$ als Funktion von λ .
- Bestimmen Sie das Bogenlängenelement ds für gegebenes λ und $d\lambda$.
- Bestimmen Sie die Krümmung $|\frac{d\vec{t}}{ds}|$ als Funktion von λ im Grenzfall sehr großer $\lambda \gg 1$ (d.h. Sie müssen nur den führenden Term berücksichtigen).

Aufgabe P19) Extremwerte

Bestimmen Sie die Extremwerte der Funktion $f(x, y) = xy - xy^2$.

Aufgabe P19) Extremwertproblem mit Randbedingung

Bestimmen Sie die Fläche des größten Rechtecks, das man in eine Ellipse $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$ einschreiben kann.