

Übungen zur Vorlesung "Mathematische Rechenmethoden"**Präsenzübung 7**

Lösen Sie diese Aufgaben in den Übungsgruppen. Wenn Sie Schwierigkeiten haben, diskutieren Sie mit dem Tutor oder mit Kommilitonen.

Aufgabe P20) Konvergenzradius

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihen $\sum n!x^n$ und $\sum \frac{1}{n+1}x^n$

Aufgabe P21) Potenzreihen

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = \cos(x)$

- Bestimmen Sie die Taylorentwicklung von $\cos(x)$ (bzw. reproduzieren Sie die Herleitung aus der Vorlesung).
- Bestimmen Sie die ersten drei Glieder der Taylorentwicklung von $h(x) = 1/\sin(x)$
Hinweis: Es gilt $h(x)f(x) = 1$. Machen Sie den Ansatz $h(x) = \sum h_k x^k$, multiplizieren Sie mit $f(x)$ und machen Sie einen Koeffizientenvergleich.
- Bestimmen Sie aus dieser Taylorentwicklung die ersten drei Glieder der Taylorentwicklung für $g(x) = \arcsin(x)$
Hinweis: Es gilt $g(f(x)) = x$. Machen Sie den Ansatz $g(y) = \sum g_k y^k$, substituieren Sie $y = f(x)$ und machen Sie einen Koeffizientenvergleich.

Aufgabe P22) Grenzwert

Bestimmen Sie mit Hilfe der Taylorreihe den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x) - 1)/x$

Aufgabe P23) Mehrdimensionale Taylorentwicklung

Bestimmen Sie die Taylorentwicklung um $(x, y) = (1, 1)$ der Funktion $f(x, y) = x^5 y^4$.

Aufgabe P24) Differentialgleichung

Betrachten Sie die Differentialgleichung $f'(x) = f(x)$ mit $f(0) = x_0$.

Machen Sie den Ansatz $f(x) = a_k x^k$ und lösen Sie damit die Gleichung.