

Übungen zur Vorlesung "Mathematische Rechenmethoden"

Präsenzübung 9

Lösen Sie diese Aufgaben in den Übungsgruppen. Wenn Sie Schwierigkeiten haben, diskutieren Sie mit dem Tutor oder mit Kommilitonen.

Aufgabe P30) Mehrdimensionale Integrale

Integrieren Sie die Funktion $f(x, y)$ auf dem Gebiet G

- $f(x, y) = 1$ auf $G = \{(x, y) : 2 \leq x \leq 3, x^2 \leq y \leq x^3\}$
- $f(x, y) = y \sqrt{1 - x^2}$ auf $G = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$

Aufgabe P31) Polarkoordinaten

Bestimmen Sie den Flächeninhalt eines Kreisrings mit innerem Durchmesser $r_1 = 2\text{cm}$ und äußerem Durchmesser $r_2 = 4\text{cm}$.

Aufgabe P32) Jacobi-Determinante

- Berechnen Sie die Jacobi-Determinante zur Transformation $x = \frac{1}{2}(u - v)$, $y = \frac{1}{2}(u + v)$
- Zeichnen Sie jeweils die Höhenlinien für $x = \text{const.}$ und $y = \text{const.}$
- Benutzen Sie diese Transformation um das Integral $\int \int_G du dv \left(\frac{u-v}{u+v}\right)^2$ zu berechnen über das schraffierte Gebiet aus dem Bild:

$G = G_1 \cup G_2$ mit $G_1 = \{(u, v) : 0 \leq u \leq 1, 1 - u \leq v \leq 1 + u\}$
und $G_2 = \{(u, v) : 1 \leq u \leq 2, u - 1 \leq v \leq 3 - u\}$

