Institut für Physik
Friederike Schmid

WS 2016/2017

Übungen zur Vorlesung Theorie I (Mechanik)

Blatt 2

Bitte geben Sie auf dem Blatt auch an, wieviel Zeit Sie für die Bearbeitung gebraucht haben.

Quickies:

12. Was ist ein Kraftfeld? Was versteht man konkret unter einem konservativen Kraftfeld? Geben Sie ein Beispiel.
13. Was versteht man unter einem Potential?
14. Unter welchen Bedingungen besitzt ein Kraftfeld ein Potential? (Erläutern Sie die lokale und die globale Formulierung).
15. Wie ist die kinetische Energie definiert?
16. Wie sind Arbeit und Leistung definiert?
17. Was versteht man unter einem dissipativen Kraftfeld? Geben Sie ein Beispiel.

Aufgaben (abzugeben bis spätestens 10:00 am 14. November)
Abgabe: Einwurf in den roten Kasten Nr. 34 im Erdgeschoss des Physik-Gebäudes (Staudingerweg 7)

Aufgabe 4) Potential (10 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Kraft auf einen Massenpunkt im Potential $U(\vec{r}) = \mathrm{e}^{-\kappa|\vec{r}-\vec{a}|}/|\vec{r}-\vec{a}|$

(b) Betrachten Sie ein System von drei Teilchen in einer Raumdimension mit Koordinaten x_1, x_2, x_3. Auf die Teilchen wirkt das Kraftfeld

$$\begin{aligned} F_1 &= (x_1 - x_2)\, x_3^2 \\ F_2 &= (x_2 - x_1)\, x_3^2 \\ F_3 &= (x_1 - x_2)^n\, x_3 \end{aligned}$$

mit $n > 0$. Untersuchen Sie, ob dieses Kraftfeld sich aus einem Potential $U(x_1, x_2, x_3)$ ableiten läßt.

Für den Fall $n = 2$ sollten Sie herausbekommen, dass es ein Potential geben muss. Berechnen Sie dieses.

Hinweis: Integrieren Sie $-\sum_i \mathrm{d}x_i\, F_i$ entlang eines geeignet gewählten Pfades.

(d) Betrachten Sie ein N-Teilchen-System mit dem Kraftfeld $\vec{F_i} = \sum_{j\neq i} \vec{r}_j\, (\vec{r}_i \cdot \vec{r}_j)$. Hat das Kraftfeld ein Potential?

Aufgabe 5) Zentralkraft und Paarpotentiale (10 Punkte)

Betrachten Sie eine allgemeine Zentralkraft der Form $\vec{F}(\vec{r}) = f(\vec{r})\,\vec{e}_r$ mit $\vec{e}_r := \vec{r}/r$.

(a) Zeigen Sie, dass $\vec{F}(\vec{r})$ genau dann ein Potential hat, wenn $f(\vec{r})$ nur vom Betrag $|\vec{r}|$ von $\vec{r}$ abhängt und nicht von der Richtung $\vec{e}_r$.

(b) Das Potential der Zentralkraft sei $U_z(r)$ (d.h. $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\vec{e}_r = -\nabla U_z(r)$).
Betrachten Sie nun ein N-Teilchen-System mit dem N-Teilchen Potential $U(\vec{r}_1 \cdots \vec{r}_N) = \sum_{i,j} U_{ij}(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|)$, wobei $U_{ij}(r) = U_z(r)$ für $i \neq j$ und $U_{ii}(r) \equiv 0$. Berechnen Sie die Kraft auf ein Teilchen i.

Aufgabe 6) Reibung und Bremsweg (10 Punkte)

Hier noch eine Aufgabe, um Differentialgleichungen zu üben:

Auf einen Körper der Masse $m = 1$, welcher sich zur Zeit $t = 0$ mit der Geschwindigkeit v_0 bewegt, wirke eine geschwindigkeitsabhängige Kraft:

$$\ddot{x} + \beta\dot{x}^{1+k} = 0 \quad \text{mit } k > -1$$

(a) Zeigen Sie, dass der Bremsweg und die Anhaltezeit für $k < 0$ endlich sind.

(b) Wie verhält es sich bei $k > 0$?

(c) Berechnen Sie Bremsweg und Anhaltezeit im Fall $k = 0$.

Hinweis: Sie können es sich leichter machen, wenn Sie vorab folgendes zeigen (z.B. graphisch): Für streng monoton fallende Funktionen $v(t)$ mit $v(t = 0) = v_0$ und $v(t_s) = 0$ gilt $\int_0^{t_s} \mathrm{d}t'\, v(t') = \int_0^{v_0} \mathrm{d}v'\, t(v')$, wobei $t(v)$ die Umkehrfunktion von $v(t)$ ist. Das gilt auch noch im Grenzfall $t_s \to \infty$.