Institut für Physik WS 2016/2017

Friederike Schmid

Übungen zur Vorlesung Theorie I (Mechanik)

Blatt 9

Quickies:

79. Was versteht man unter dem Phasenraum in der Hamiltonschen Mechanik?
80. Was versteht man unter einer Phasenraumtrajektorie?
81. Was versteht man unter der Phasenraumdichte?
82. Erklären Sie den Liouvilleschen Satz.
83. Was ist der Hamiltonsche Fluss?

Aufgaben (abzugeben bis spätestens 10:00 am 16. Januar 2017)
Abgabe: Einwurf in den roten Kasten Nr. 34 im Erdgeschoss des Physik-Gebäudes (Staudingerweg 7)

In dieser Woche sollen Sie den bisherigen Stoff der Vorlesung (bis Weihnachten) wiederholen. Auf dem nächsten Blatt geht es dann weiter mit Aufgaben zum aktuellen Stoff der Vorlesung.

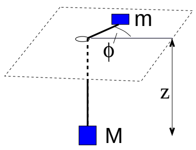
Aufgabe 26) Fragen zur Vorlesung (2 Punkte)

Schreiben Sie auf einem separaten Blatt mindestens zwei Fragen zum bisherigen Stoff der Vorlesung auf.

Aufgabe 27) Newtonsche Mechanik (8 Punkte)

Eine Masse m liege in der Mitte auf einem Wagen. Zwischen ihr und dem Wagen wirke eine Reibungskraft, die proportional ist zur Relativgeschwindigkeit. Der Wagen werde nun um ein Stück Δx nach rechts gezogen. Wo kommt die Masse zur Ruhe?

Aufgabe 28) Lagrange-Mechanik (10 Punkte)



Eine Masse m rotiere auf einer ebenen Tischplatte. Über einen Faden der Länge l sei sie durch ein Loch in der Platte mit einer anderen Masse M verbunden. Wie bewegt sich M unter dem Einfluß der Schwerkraft?

(a) Betrachten Sie zunächst den reibungsfreien Fall. Als generalisierte Koordinaten eignen sich z. B. der Höhenunterschied z zwischen der Masse M und der Platte und der Winkel ϕ der Masse m (siehe Bild). Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf.
Sie erhalten
$$\mathcal{L}(z, \dot{z}, \phi, \dot{\phi}) = \frac{1}{2}(m+M)\dot{z}^2 + \frac{1}{2}m(l-z)^2\dot{\phi}^2 + Mgz$$

(b) Gibt es im reibungsfreien Fall Erhaltungsgrößen? Welche? Warum?

(c) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für ϕ und z auf.

(d) Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei die Masse M bei der Höhe $z = z_0$ in Ruhe. Unter welchen Bedingungen wird sie nach oben beschleunigt, wann nach unten?

(e) Die Masse m habe nun Reibung mit der Platte mit der Reibungskonstante λ_m (d.h. auf m wirkt die Reibungskraft $\vec{F}_m^{(R)} = -\lambda_m \vec{v}_m$). Auf die Masse M wirke die Luftreibung mit der Reibungskonstante $\lambda_M < \lambda_m$. Bestimmen Sie die Dissipationsfunktion auf und stellen Sie die Bewegungsgleichungen mit Reibung auf. Gibt es nun Erhaltungsgrößen? Wie würden Sie in diesem Fall Frage (d) beantworten?

Aufgabe 29) <u>Hamilton- Mechanik</u> (10 Punkte)

Relativistische Korrekturen in der Bewegung eines relativistischen Teilchens der Masse m kann man unter bestimmten Umständen näherungsweise im Rahmen eines Hamilton-Formalismus durch der folgenden Hamilton-Funktion beschreiben:

$$\mathcal{H}(x, p, t) = c\sqrt{m^2c^2 + p^2} - \lambda x$$

(a) Geben Sie die kanonischen Bewegungsgleichungen an und lösen Sie diese für die Anfangsbedingungen $x(t{=}0) = 0, \dot{x}(t{=}0) = 0$. Es gibt eine Erhaltungsgröße. Welche?

(b) Konstruieren Sie die Lagrange-Funktion $\mathcal{L}(x, \dot{x})$ des Systems.

(c) Berechnen Sie $\mathcal{H}$ und $\mathcal{L}$ im nichtrelativistischen Grenzfall $p/(mc) \to 0$ bzw. $\dot{x}/c \to 0$. Um welches physikalische System handelt es sich?

<u>Hinweis:</u> Für die Lösung dieser Aufgabe müssen Sie nichts über spezielle Relativitätstheorie wissen. Es kann Ihnen egal sein, wo die Hamiltonfunktion herkommt. Falls es Sie doch interessiert, dann kommen Sie im Sommersemester in die Vorlesung "Theorie II".