Institut für Physik WS 2017/2018

Friederike Schmid

Übungen zur Vorlesung Theorie IV (Statistische Physik und Thermodynamik)

Blatt 12

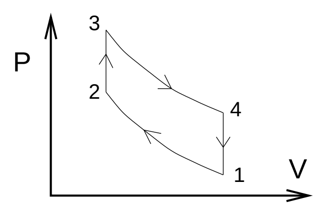
Quickies:

90. Was ist ein quasistatischer Prozess?
91. Was versteht man unter einer Wärmekraftmaschine?
92. Was ist ein Carnot-Prozess?
93. Erläutern Sie die drei in der Vorlesung behandelten Formulierungen des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik.

Aufgaben (abzugeben bis spätestens 12:10 am 30. Januar)
Abgabe: Einwurf in den roten Kasten Nr. 34 im Erdgeschoss des Physik-Gebäudes (Staudingerweg 7)

Aufgabe 34) Otto-Motor (12 Punkte)

Diskutieren Sie das idealisierte Arbeitsdiagramm des Otto-Motors mit einem idealen Gas als Arbeitsstoff



Die Wege $1 \to 2$ und $3 \to 4$ sind Adiabaten (S = const. bzw. $\delta Q = 0$), die Wege $2 \to 3$ und $4 \to 1$ Isochore (V = const.).

(a) Berechnen Sie die zu- und abgeführte Wärme pro Zyklus als Funktion des Verdichtungsverhältnisses $\epsilon = V_2/V_1$.

(b) Berechnen Sie den Wirkungsgrad als Funktion von ϵ.

(c) Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses.

Aufgabe 35) Ionisationsgleichgewicht (12 Punkte)

Gegeben sei ein klassisches ideales monoatomares Gas, dessen Atome ionisiert werden können: Die Ionisierungsreaktion lautet Atom $\longleftrightarrow$ Ion + Elektron und die Ionisierungsenergie sei E_I. Nehmen Sie an, dass das System ladungsneutral ist. Die Coulomb-Wechselwirkung zwischen Ionen und Elektronen, sowie alle anderen Wechselwirkungen, sollen vernachlässigt werden. Zeigen Sie, daß bei starker Verdünnung bereits bei $k_B T \ll E_I$ praktisch vollständige Ionisation eintritt. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

(a) Die Zahl der Atome sei N_0, die der Ionen N_+ und die der Elektronen N_-. Leiten Sie aus thermodynamischen Überlegungen die Gleichgewichtsbedingung für die zugehörigen chemischen Potentiale μ_+, μ_-, μ_0 her. Sie erhalten $\mu_0 = \mu_+ + \mu_-$

Hinweise: Minimieren Sie $G(T, P, N_0, N_+, N_-)$ bzgl. N_0, N_+, N_-. Berücksichtigen Sie dabei, dass es zwei Randbedingungen gibt.

Für einkomponentige Systeme gilt, wie Sie wissen, $G(T, P, N) = \mu N$. Für mehrkomponentige Systeme gilt analog $G(T, P, N_1, ..., N_k) = \sum_{i=1}^{k} \mu_k N_k$. Das werden wir in der Vorlesung noch zeigen.

(b) Berechnen Sie das großkanonische Potential $\Omega(T, V, \mu_0, \mu_+, \mu_-)$ mit Methoden der statistischen Physik. Sie erhalten $\Omega = -k_B T\, V(\frac{e^{\beta\mu_+}}{\lambda_{T+}^3} + \frac{e^{\beta\mu_-}}{\lambda_{T-}^3} + \frac{e^{\beta(E_I+\mu_0)}}{\lambda_{T0}^3})$. Berechnen Sie daraus die Teilchendichten $n_i = N_i/V$ von Ionen, Elektronen, und neutralen Atomen.

(c) Berechnen Sie das Verhältnis n_+/n_0 von ionisierten und neutralen Atomen als Funktion der Gesamtdichte von Atomen, $n = n_0 + n_+$. Diskutieren Sie die Grenzfälle sehr kleiner und sehr großer Gesamtdichten. Wann muss hier n als klein, wann als groß gelten?

Hinweis: Berechnen Sie zunächst $n_+ n_-/n_0$.

Aufgabe 36) Spezifische Wärme eines Festkörpers (12 Punkte)

Ein Festkörper lässt sich phänomenologisch durch die Fundamentalgleichung

$$U(S, V, N) = f(V, N) S^{4/3} \exp\left(\frac{S}{3k_B N}\right)$$

beschreiben. Hier ist f eine Funktion des Volumens V und der Teilchenzahl N.

(a) Zeigen Sie, dass diese Fundamentalgleichung das zweite und vierte Entropiepostulat erfüllt.

(b) Zeigen Sie, dass die spezifische Wärme C_V bei konstantem Volumen für niedrige Temperaturen T proportional zu T^3 ist (Debye-Gesetz) und für große Temperaturen gegen den Grenzwert $3Nk_B$ geht (Dulong-Petit-Gesetz).

(c) Bestimmen Sie numerisch den Verlauf der spezifischen Wärme als Funktion der Temperatur und vergleichen Sie diesen mit den obigen Näherungen.