Institut für Physik WS 2017/2018

Friederike Schmid

Übungen zur Vorlesung Theorie IV (Statistische Physik und Thermodynamik)

Blatt 5

Quickies:

41. Was ist eine Gesamtheit? Worin unterscheiden sich verschiedene Gesamtheiten?
42. Was ist konkret die mikrokanonische, die kanonische, die großkanonische Gesamtheit? Nennen Sie je eine experimentelles Beispiel für ein System, das durch diese Gesamtheit beschrieben wird.
43. Von welchen mikroskopischen Nebenbedingungen geht man üblicherweise aus, wenn man ein isoliertes System betrachtet? Warum gerade diese?
44. Was für Nebenbedingungen hat man, wenn das System nicht mehr isoliert ist? Warum gerade diese?
45. Wie ist die Verteilungsfunktion für Zustände eines klassischen Systems in der mikrokanonischen Gesamtheit?
46. Wie lautet der Ausdruck für den statistischen Operator in einem quantenmechanischen System in der mikrokanonischen Gesamtheit?
47. Wie lauten die Formeln für Zustandssumme und Entropie in der mikrokanonischen Gesamtheit (klassisch und quantenmechanisch)?
48. Wie ist die Verteilungsfunktion für Zustände eines klassischen Systems in der kanonischen und großkanonischen Gesamtheit?
49. Wie lautet der Ausdruck für den statistischen Operator in einem quantenmechanischen System in der kanonischen und großkanonischen Gesamtheit?
50. Wie berechnet man die Zustandssumme in der kanonischen und großkanonischen Gesamtheit?
51. Was ist die freie Energie?
52. Was ist das großkanonische Potential?

Aufgaben (abzugeben bis spätestens 12:10 am 28. November)
Abgabe: Einwurf in den roten Kasten Nr. 34 im Erdgeschoss des Physik-Gebäudes (Staudingerweg 7)

Aufgabe 13) Ableitung von freien Energien (12 Punkte)

(a) Zeigen Sie: Im großkanonischen Ensemble ist $\frac{\partial}{\partial\beta}(\beta\Omega) = \langle E\rangle - \mu\langle N\rangle$ und $\frac{\partial}{\partial\mu}(\Omega) = -\langle N\rangle$.

(b) Zeigen Sie: Im kanonischen Ensemble gilt $\frac{\partial}{\partial\beta}\langle E\rangle = -(\langle E^2\rangle - \langle E\rangle^2) = -\sigma_E^2$

(c) Im großkanonischen Ensemble gilt $\frac{\partial}{\partial\mu}\langle N\rangle = \beta(\langle N^2\rangle - \langle N\rangle^2) = \beta\sigma_N^2$.

(d) Berechnen Sie $\frac{\partial}{\partial\beta}\langle E\rangle$ im großkanonischen Ensemble.

Aufgabe 14) Klassisches ideales Gas (12 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Zustandssumme eines Systems von nichtwechselwirkenden Teilchen in der kanonischen Gesamtheit. Berechnen Sie daraus unter Verwendung der Stirling-Formel $\ln N! \approx N \ln N$ die freie Energie. Sie erhalten $F = \frac{N}{\beta} \ln(\frac{N}{V}\lambda_T^3)$ mit der "thermischen de-Broglie Wellenlänge" $\lambda_T = h\sqrt{\beta/2\pi m}$.

(b) Berechnen Sie nun die Zustandssumme für dasselbe System in der großkanonischen Gesamtheit, und das großkanonische Potential. Sie erhalten $\Omega = -\frac{V}{\beta\lambda_T^3} \exp(\beta\mu)$.

(c) Berechnen Sie daraus $\langle E \rangle$ (für beide Gesamtheiten) und $\langle N \rangle$ (für die großkanonische Gesamtheit) und verifizieren Sie $\langle E \rangle = \frac{3}{2}N/\beta$ bzw. $\langle E \rangle = \frac{3}{2}\langle N \rangle/\beta$.

Aufgabe 15) Federwaage im Wärmebad (12 Punkte)

An eine masselose Hookesche Feder mit der Federkonstanten k im homogenen Schwerefeld der Erde sei eine Masse m angebracht. Die Höhe der Masse über der Erde werde mit der Koordinate z bezeichnet, wobei der Koordinatenursprung so gelegt ist, dass $z = 0$ den Ort der entspannten Feder bezeichnet. Diese Waage befindet sich in Kontakt mit einem Wärmebad der Temperatur $T > 0$ (kanonisches Ensemble).

a) Berechnen Sie den Erwartungswert $\langle z \rangle$ der Position der Masse und die Varianz σ_z^2.

b) Schätzen Sie aus der Bedingung $\sigma_z < \langle z \rangle$ die minimale Masse ab, die man mit dieser Waage mit einer Messung noch sinnvoll bestimmen kann.

c) Berechnen Sie explizit diese minimale Masse für eine Feder mit der Federkonstanten $k = 10^{-2}$N/m bei der Temperatur $T = 300K$.