

Übungsblatt 7

Abzugeben bis: Freitag 30.11.2018 - 16.00 Uhr

Aufgabe 1

Integrale in Polarkoordinaten

Die Grafik von $r = 3 \cos 4\theta$ ist unten dargestellt. Bereiten Sie ein Doppelintegral in Polarkoordinaten vor und finden Sie das durch r begrenzte Gebiet. (5 Punkte)

Aufgabe 2

Integrale mit Polarkoordinatentransformation

Berechnen Sie I mit einer Transformation in Polarkoordinaten;

$$I = 2c \iint_D \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \, dx dy$$

wo $D : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. (5 Punkte)

Aufgabe 3

Dreifachintegrale

Bei drei Funktionen f , g and h mit stetigen partiellen Ableitungen an jedem Punkt des der Bereich V , die durch S begrenzt ist

$$\iiint_V \left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z} \right) \, dx dy dz = \iint_S (f \, dy dz + g \, dz dx + h \, dx dy)$$

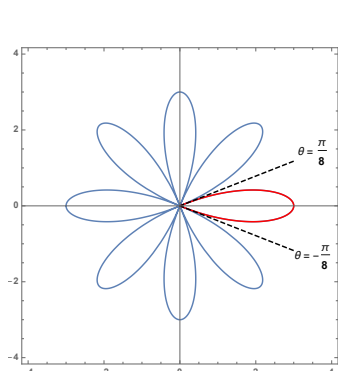
. Die vorstehende Beziehung ist bekannt als das Gaußsche Theorem. Verwenden Sie den Gauß-Satz, um zu zeigen, dass

$$\iint_S (xz \, dx dy + xy \, dy dz + yz \, dz dx) = \frac{1}{8}$$

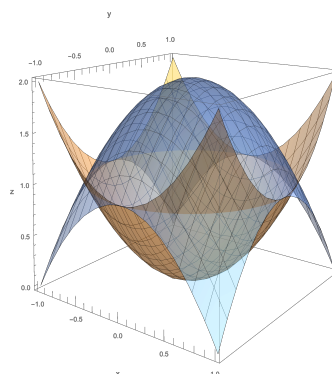
wenn S die Pyramide ist, die durch die Ebenen $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ und $x + y + z = 1$ gebildet wird. (5 Punkte)

BONUS Aufgabe: Integrale in Zylinderkoordinaten

Mit Hilfe von zylindrischen Koordinaten, berechnen Sie das Volumen des Festkörpers, das unten durch $z = x^2 + y^2$ und oben durch $z = 2 - x^2 - y^2$ begrenzt ist. (siehe Abbildung unten) (5 Punkte)



(a) Polar graph of $r = 3 \cos 4\theta$.



(b) Graph of volume bounded by $z = 2 - x^2 - y^2$ and $z = x^2 + y^2$.

Abbildung 1: (a) Abbildung für Aufgabe 1. (b) Abbildung für BONUS Aufgabe