

Übungsblatt 5

Abzugeben bis: Freitag 24.05.2019 - 16.00 Uhr

Aufgabe 1

Kurvenintegral

Gegeben seien die Vektorfelder $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = -yz\mathbf{e}_x + x^2z\mathbf{e}_y + xy^2\mathbf{e}_z$ und $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = yzx\mathbf{e}_x - xz\mathbf{e}_y + xy\mathbf{e}_z$. Berechnen Sie jeweils das Kurvenintegral $I = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ über die folgenden Wege von $A(0, 0, 0)$ nach $B(1, 1, 1)$:

- i) C_1 : gerade Linie (1 Punkt)
- ii) C_2 : $\mathbf{r}(t) = (\frac{1}{2}t, \frac{1}{4}t^2, \frac{1}{2}t)$ (2 Punkte)
- iii) C_3 : gerade Linie von A zu $P_1(4, 0, 0)$, gerade Linie von P_1 zu $P_2(2, 2, 0)$, gerade Linie von P_2 zu B . Sind die Integrale wegababhängig? (3 Punkte)

Aufgabe 2

Arbeit in der Ebene

- i) Finden Sie die Arbeit der Kraft $\mathbf{F} = 6xy\mathbf{e}_x + (3x^2 - 3y^2)\mathbf{e}_y$ entlang der Kurve $C : y = x^2 - x$ von $(0, 0)$ nach $(2, 2)$. (3 Punkte)
- ii) Berechnen Sie das Linienintegral vom Punkt $(0, 0)$ bis zum Punkt (x_1, y_1) entlang des Weges, der direkt von $(0, 0)$ nach $(x_1, 0)$ und dann nach (x_1, y_1) verläuft. Führen Sie eine ähnliche Berechnung durch für den Weg, der entlang der beiden anderen Seiten des Rechtecks über den Punkt $(0, y_1)$ verläuft. Wenn $(x_1, y_1) = (2, 2)$ ist, was ist dann der Wert des Integrals? (3 Punkte)

Aufgabe 3

Die Arbeit an einer elektrischen Ladung

- i) Betrachten Sie das Feld

$$\mathbf{E} = y\mathbf{e}_x + x\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z$$

Bestimmen Sie die Arbeit, die beim Tragen einer 2C Ladung von $B(1, 0, 1)$ nach $A(0.8, 0.6, 1)$ entlang des kürzeren Bogens des Kreises $x^2 + y^2 = 1$; $z = 1$ aufgewendet werden muss. (3 Punkte)

- ii) Berechnen Sie die geleistete Arbeit entlang einer geraden Linie, die A und B verbindet. (2 Punkte)