

**Aufgabe 1: Folgen**

Handelt es sich um Nullfolgen?

(a) 
$$a_n = \frac{n}{n^3 + n^2 + 1}$$

(b) 
$$a_n = \frac{n+1}{n-2}$$

(c) 
$$a_n = \frac{\sin^3 n + \cos n}{\sqrt{n}}$$

**Aufgabe 2: Reihen**

(a) Zeigen Sie, dass gilt 
$$\sum_{i=1}^n i^3 = \left( \sum_{j=1}^n j \right)^2$$

*Hinweis:* Verwenden Sie vollständige Induktion sowie den “**kleinen Gauß**” für die Summe über  $j$  auf der rechten Seite.

(b) Beweisen Sie die Konvergenz von 
$$\sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

**Aufgabe 3: Grenzwerte**

Bestimmen Sie:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 25} \frac{x - 25}{\sqrt{x} - 5}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 3}{3x^3 - 3x^2 + 4}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 3}{3x^2 - 3x + 4}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 3}{3x^4 - 3x^3 + 4}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 - 29x - 105}{x^2 - 4x - 21}$