

Aufgabe 1: Konjugierte komplexe Zahl

Bestimmen Sie die zu z konjugierte Zahl z^* für

(a) $z = 5 + 2i$

(b) $z = \frac{1}{2} - \sqrt{3}i$

Aufgabe 2: Lösungen von quadratischen Gleichungen

Berechnen Sie die Lösungen folgender quadratischer Gleichungen.

(a) $x^2 + 4x + 13 = 0$

(b) $x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{25}{16} = 0$

Aufgabe 3: Operationen mit komplexen Zahlen

Bestimmen Sie:

(a) $w = z_1 - z_2 + z_3^*$ mit $z_1 = 5 - 2i$, $z_2 = 2 - 3i$ und $z_3 = -4 + 6i$.

(b) $w = z_1 z_2$ mit $z_1 = 3 - 2i$ und $z_2 = 5 + 4i$.

(c) $w = z_1 z_2$ mit $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$ und $z_2 = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$.

(d) $w = \frac{z_1^*}{z_2}$ mit $z_1 = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ und $z_2 = \frac{3}{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$.

(e) $w = z^5$ mit $z = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$.

Aufgabe 4: Darstellung und Umformung komplexer Zahlen

Schreibe die folgenden komplexen Zahlen in trigonometrischer und exponentieller Form:

(a) $z = i$

(b) $z = -1$

(c) $z = 1 + i$

(d) $z = i(1 + i)$

(e) $z = \frac{1+i}{1-i}$

(f) $z = \sin \alpha + i \cos \alpha$

Aufgabe 5: Mehr Darstellung und Umformung komplexer Zahlen

Formen Sie die folgenden komplexen Zahlen in algebraische Notation um und zeichnen Sie sie und die jeweiligen komplex konjugierten Zahlen in die Gaußsche Zahlenebene.

(a) $z = 5 e^{i\frac{\pi}{3}}$

(b) $z = 3 e^{i\frac{2\pi}{3}}$

(c) $z = 2 e^{i\frac{\pi}{2}}$

Aufgabe 6: Komplexe Exponenten

Sei $z(t) = at + ibt$ mit $0 \leq t \leq \infty$.

(a) Wie lautet der Realteil $\operatorname{Re}(w(t))$ von $w(t) = e^{z(t)}$?

(b) Wie groß ist die Periode T (also eine Schwingungsdauer) von $\operatorname{Re}(w(t))$?

(c) Welche Auslenkung hat die Funktion $w(t)$ zur Zeit $t = 2$?

Setzen Sie $a = -1$ und $b = 2\pi$ ein.