

**Aufgabe 1: Rechnen mit Matrizen**

Addieren und multiplizieren Sie (wenn möglich) folgende Matrizenpaare:

(a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$

(b)  $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$

(c)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

(d) Berechnen Sie  $A^T B$  und  $A B^T$  mit den Matrizen von Aufgabe (b).

**Aufgabe 2: Determinanten**

Berechnen Sie die folgenden Determinanten mit so wenig Aufwand wie möglich:

$$(a) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ -1 & -3 & -2 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$(b) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$$

**Aufgabe 3: Inverse Matrix**

Bestimmen Sie die inversen Matrizen zu den folgenden Matrizen und überprüfen Sie die Ergebnisse:

$$(a) A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ -1 & -3 & -2 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ (siehe Aufgabe 2(a)).}$$

$$(b) A = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 4: Diagonalmatrizen**

Seien  $A$  und  $B$  zwei  $(n \times n)$ -Diagonalmatrizen mit Elementen  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  und  $\beta_1, \dots, \beta_n$ :

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & \alpha_2 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & \alpha_n \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & \beta_2 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & \beta_n \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie:

(a)  $A \cdot B$

(b)  $[A, B]$

(c)  $A^{-1}$