

Große Wiederholung des Vorkurses

Aufgabe 1: Vektoren

Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(a) Bestimmen Sie die Länge von $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

(b) Bestimmen Sie das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

(c) Bestimmen Sie einen Vektor, der auf \vec{a} und \vec{b} senkrecht steht.

Aufgabe 2: Grenzwerte

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x - 3}{2x^2 + 1}$

Aufgabe 3: Kurvendiskussion

Bestimme die Null- und Extremstellen der Funktion $f(x) = 2x^2 - x^4$ und skizziere sie.

Aufgabe 4: Taylor-Entwicklung

Wie lautet die Taylor-Entwicklung der Funktion $f(x) = e^x$?

Aufgabe 5: Integrale

Bestimmen Sie eine Stammfunktion bezüglich x für die folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = a x^n$ mit $a, n \in \mathbb{R}$ und $n \neq -1$

(b) $f(x) = x^2 \ln x$

(c) $f(x) = x \cos x$

Aufgabe 6: Komplexe Zahlen

Schreiben Sie in der Form $x + iy$ (mit $x, y \in \mathbb{R}$, $i^2 := -1$).

(a) $\frac{1}{1 - 2i}$

(b) $e^{-i\frac{\pi}{4}}$

Aufgabe 7: Eulersche Formel

Leiten Sie aus der eulerschen Formel für $e^{i(x+y)}$ die Additionstheoreme für $\cos(x+y)$ und $\sin(x+y)$ her.

Aufgabe 8: Matrizen

Gegeben seien die zwei Matrizen $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

- (a) Berechnen Sie Summe und Produkt von A und B .
- (b) Berechnen Sie die Determinante der Matrix A und ihr Inverses A^{-1} , falls dieses existiert.